

ESERCITAZIONI DI ANALISI MATEMATICA 1 – PROF. A. BONFIGLIOLI

Foglio 3 - Limiti di successioni - Gerarchia degli Infiniti Elementari

► **Esercizio** 1. Utilizzando anche il risultato, discusso a Lezione, sulla “gerarchia” di alcuni infiniti elementari, calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log n)^8 + \sqrt[8]{n}}{n! - n^n}$ [0]
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log n)^8 + n!}{\sqrt[8]{n} - n^n}$ [0]
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log n)^8 + n^n}{\sqrt[8]{n} - n!}$ $[-\infty]$
4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log n)^8}{\sqrt[8]{n}}$ [0]
5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(-n)^2} + 1}{n + 3}$ [1]
6. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(-n)^4} + 1}{3n^2 + 3 \cos n + (-1)^n + 1}$ [1/3]
7. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n + \cos n})$ [0]
8. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(n e^n)}{n + 1}$ [1]
9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_3(4^n)}{\sqrt{n}}$ $[+\infty]$
10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_4(3^n)}{\sqrt{n}}$ $[+\infty]$
11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log(n^{100}))^{1000}}{\sqrt[8]{n}}$ [0]
12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^6 + 8n^3 - n^2}{n^4 - n^5 + 1}$ $[-\infty]$
13. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 8n - n^3}{n^3 + n + 1}$ $[-1]$
14. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + \cos n + n!}{e^n + 3^n + 4^n + 5^n}$ $[+\infty]$
15. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{10^n + (-1)^n}{n^n + e^{-n}}$ [0]
16. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cos n - \log n - n^2}{\log_2 n + (\log_{10} n)^{10}}$ $[-\infty]$
17. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^6 + 8n^3 - n^2}{n^3 - n^{10} + 10}$ [0]
18. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{-n} + 2^{-n}}{1/n}$ [0]
19. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt{n} + (1/2)^n}{2n^{3/2} + \frac{1}{n} + n}$ [1/2]

20. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{-n} + 3^{-n}}{\frac{1}{n^{10}}}$ [0]
21. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 7n - n^3}{n\sqrt{n} + n^2\sqrt{n} + 1}$ $[-\infty]$
22. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2n^6 + 8n^3 - n^2}{n^4 - n^5 + 100.000.000.000.000}$ $[+\infty]$
23. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cos n + n^2 \sin n - n^3 + \log n}{\log(n^2) + n(n^2 + 1)}$ $[-1]$
24. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_2 n + \cos n}{\log_{10}(n^2)}$ $[\frac{\log_2 10}{2}]$
25. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n + 1}{2e^n + 2^n}$ $[1/2]$
26. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_{1/2}(n) \cdot \frac{-e^n}{n^{20} + \log n}$ $[+\infty]$
27. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_n(n^2)}{1 + e^{-n}}$ [2]
28. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n + 1}{2e^{-n} + 2^n}$ $[+\infty]$
29. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(1/3) \cdot n^4}{n^3 + n\sqrt{n} + \cos n}$ $[-\infty]$
30. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n^3}{\sqrt{n^3} - \sqrt[7]{n^{11}}}$ $[+\infty]$
31. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\pi/2)^n + (\pi/4)^n}{2^n + \cos n + \cos^3 n}$ [0]
32. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{n^n}{n! + 10^n + e^n + n^{100}}$ $[-\infty]$
33. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_{1/2} n}{\log_{1/3}(n^2)}$ $[\ln 3 / \ln 4]$
34. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\log_3 n + 2 \log_{1/4} n}$ $[-\infty]$
35. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{n} \cdot (\sqrt{n} - \sqrt{n + \cos n})$ [0]

► **Esercizio 2.** Dimostrare che i seguenti limiti non esistono, motivando accuratamente la risposta:

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\log \left(1 + \frac{(-1)^n}{n} \right)}$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 - e^{(-1)^n/n}}$
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{(-1)^n e^n - n^7}$